

飞行轨迹偏离误差反馈控制数学模型仿真

陈 筱¹, 张 琰^{1,2}

(1 武昌工学院 信息工程学院, 湖北 武汉 430065;

2 法国贡比涅技术大学(UTC), 皮卡第大区瓦兹省 贡比涅 60200)

摘 要: 飞机在大迎角飞行和低空滑行中容易出现轨迹偏离, 需要进行飞行轨迹偏离修正控制, 提高飞行稳定性. 提出一种基于 Lyapunove 动态逆泛函的飞行轨迹偏离误差反馈控制数学模型. 采用纵向模型构建飞机的运动数学模型和弹道方程, 采用链式法则进行飞行轨迹的扰动参数线性化处理, 在速度坐标系中使用欧拉四元素估计方法计算姿态角, 以飞行的航向角、横滚角和俯仰角为约束参量模型构建 Lyapunove 函数, 对 Lyapunove 函数求导, 通过动态逆泛函构建控制律, 实现飞行轨迹偏离误差反馈控制. 仿真结果表明, 采用该模型进行飞行控制的稳定性较好, 姿态参量的跟踪精度较高, 轨迹偏离误差较小, 控制品质较优.

关键词: 飞行; 轨迹偏离; 误差; 反馈; 控制; 数学模型

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1000—7180(2017)06—0104—05

Flight Path Deviation Error Feedback Control Mathematical Model Simulation

CHEN Xiao¹, ZHANG Yan^{1,2}

(1 College of Information Engineering, Wuchang Institute of Technology, Wuhan 430065, China;

2 Université de Technologie de Compiègne, Compiègne 60200, France)

Abstract: In the high angle of attack and low altitude, it is easy to deviate from the trajectory, so the flight trajectory deviation correction control is needed to improve the flight stability. This paper presents a mathematical model of flight trajectory error feedback control based on Lyapunove dynamic inverse function. Mathematical model of motion and trajectory equation is constructed using longitudinal plane model, using the chain rule of the flight trajectory perturbation parameter estimation method using linearized Euler four elements in velocity coordinates calculation of attitude angle, flying at the heading angle, roll angle and pitch angle for constructing Lyapunove function constraint parameter model of Lyapunove through the dynamic inverse function derivation, functional construction control law of flight trajectory deviation error feedback control. The simulation results show that the model has better stability in flight control, higher tracking precision of attitude parameters, less error of trajectory deviation and better control quality.

Key words: flight; trajectory deviation; error; feedback; control; mathematical model

1 引言

为了保障飞机的稳定飞行, 需要通过惯导系统和制导系统进行飞行控制, 飞机的控制系统是整个飞机设计的核心. 飞机在整个纵向平面飞行过程中, 由于受到气流、抖振和大气密度变化等因素的影响,

容易产生飞行失稳, 特别是在大迎角飞行和低空滑行等极端条件飞行中, 容易出现轨迹偏移, 导致飞机出现剧烈的抖动甚至偏离飞行轨道, 导致安全事故, 因此, 研究飞行轨迹偏离下的飞行控制律, 实现稳定性控制优化, 对提高飞机的整体性能方面具有重要意义^[1].

飞机控制系统是一个多变量的非线性强耦合系统,随着飞机设计和航空惯导技术成熟,国内外对飞机控制取得了一定的研究成果,主要的飞行控制方法有模糊 PID 控制方法^[2]、滑膜控制方法^[3]、自适应反演积分控制方法、鲁棒控制方法等^[4],通过构建飞行动力学数学模型,结合飞行弹道分析进行航向控制,构建飞行稳态运动模型,采用二自由舵控制模型实现飞行稳定性控制,取得了较好的控制效果,其中,文献[5]中提出一种改进的输出反馈特征结构配置方法并应用在飞翼飞机增稳系统中,引入二次型性能指标,构建飞行轨迹偏离的闭环控制系统模型,采用特征结构配置方法进行控制约束参量优化求解,取得了较好的控制精度,但是该方法在飞机进行大迎角和姿态剧烈变化的飞行控制时适用性不好,控制实时跟踪性能不好;文献[6]中提出一种基于滑模积分控制的控制器设计方法,在飞行姿态控制的滑膜面中引入积分项,进行飞行轨迹偏离修正,并应用在小型无人直升机鲁棒飞行控制中,提高了飞行姿态角的修正能力,但该方法计算开销较大,容易出现时滞;文献[7]中提出飞行器滚动通道的自适应全局积分滑模控制模型,并结合模糊 PID 控制方法进行姿控系统定点控制,使模型的不确定量和不确定量相分离,降低了飞行的失稳性,但该方法在控制器设计时要求知道不确定的上界值,实际应用中会出现未知姿态上界,导致控制品质受限。

为了克服传统方法的弊端,本文提出一种基于 Lyapunov 动态逆泛函的飞行轨迹偏离误差反馈控制数学模型。首先采用纵向模型构建飞机的运动数学模型和弹道方程,采用链式法则进行飞行轨迹的摄动参数线性化处理,然后在速度坐标系中使用欧拉四元素估计方法计算姿态角,以飞行的航向角、横滚角和俯仰角为约束参量模型构建 Lyapunov 函数,构建控制律,实现飞行轨迹偏离误差反馈控制,最后通过仿真实验进行性能验证,得出有效性结论。

2 数学模型构建与控制约束参量分析

2.1 飞行运动数学模型及弹道方程

为了实现飞行轨迹偏离误差反馈控制,需要首先构建运动数学模型和弹道方程,飞行弹道方程主要包括动力学方程、运动学方程等,在构建飞行运动数学模型之间,给出三个参考坐标系,分别为速度坐标系 $Ox_3y_3z_3$ 、横滚坐标系 $Ox_1y_1z_1$ 、纵向坐标系 $Ox_2y_2z_2$ 、大地坐标系 $Axyz$ 。假设飞机机身是一个刚体模型,机身的纵向分布关于 x_1Oy_1 平面对称,在

稳态飞行过程中的飞行阻尼力、输出动力是线性变化的^[8],忽略因横滚和回旋弹道造成的姿态参量测量误差。根据上述设计原理,在纵向运动模型下,构建飞机飞行运动的弹道模型,得到动力学方程、运动学方程和水平定常回旋弹道方程描述如下:

(1) 动力学方程

$$m\dot{V} = -X - mg \sin\theta \quad (1)$$

$$mV\dot{\theta} = Y \cos\gamma_V - Z \sin\gamma_V - mg \cos\theta \quad (2)$$

$$-mV \cos\theta \dot{\phi}_V = Y \sin\gamma_V + Z \cos\gamma_V \quad (3)$$

$$J_x \dot{\omega}_x - J_{xy} \dot{\omega}_y + (J_z - J_y) \omega_z \omega_y + J_{xy} \omega_x \omega_z = M_x \quad (4)$$

$$J_y \dot{\omega}_x - J_{xy} \dot{\omega}_x + (J_x - J_z) \omega_x \omega_z + J_{xy} \omega_z \omega_y = M_y \quad (5)$$

$$J_z \dot{\omega}_z + (J_y - J_x) \omega_y \omega_x + J_{xy} (\omega_y^2 - \omega_x^2) = M_z \quad (6)$$

(2) 运动学方程

$$\dot{x} = V \cos\theta \cos\phi_V \quad (7)$$

$$\dot{y} = V \sin\theta \quad (8)$$

$$\dot{z} = -V \cos\theta \sin\phi_V \quad (9)$$

$$\dot{\vartheta} = \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma \quad (10)$$

$$\dot{\phi} = (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma) / \cos\vartheta \quad (11)$$

$$\dot{\gamma} = \omega_x - \tan\vartheta (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma) \quad (12)$$

(3) 水平定常回旋弹道方程

$$\sin\beta = \cos\theta [\cos\gamma \sin(\phi - \phi_V) + \sin\vartheta \sin\gamma \cos(\phi - \phi_V)] - \sin\theta \cos\vartheta \sin\gamma \quad (13)$$

$$\sin\alpha = \{ \cos\theta [\sin\vartheta \cos\gamma \cos(\phi - \phi_V) - \sin\gamma \sin(\phi - \phi_V)] - \sin\theta \cos\vartheta \cos\gamma \} / \cos\beta \quad (14)$$

$$\sin\gamma_V = (\cos\alpha \sin\beta \sin\vartheta - \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma \cos\vartheta + \cos\beta \sin\gamma \cos\vartheta) / \cos\theta \quad (15)$$

以上各式中, x, y, z 为飞机机身的质心; m 为机身质量; θ 为初始导弹倾角, 表示为速度矢量 (Ox_2 轴) 与水平面间的夹角, ϕ_V 为回旋横滚定角, α 为飞行轨迹偏离角, 表示为飞行器质心的速度矢量 (Ox_3 轴) 在纵向对称面 Ox_1y_1 上的投影与 Ox_1 轴之间的夹角; γ 为差动舵角; X, Y, Z 表示侧向、纵向和横向力矩; M_x, M_y, M_z 分别表示飞行动力输出反馈特征向量; J_x, J_y, J_z 分别表示系统中漂移不确定参量。

2.2 飞行轨迹的摄动参数线性化处理

采用链式法则进行飞行轨迹的摄动参数线性化处理^[9], 构建飞行轨迹三通道模型可表示为

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_a = -(b_1 + \Delta b_1)\dot{\varphi}_a - (b_2 + \Delta b_2)\varphi_a - (b_3 + \Delta b_3)\delta_\varphi + fd_1 \\ \ddot{\psi}_a = -(b_1 + \Delta b_1)\dot{\psi}_a - (b_2 + \Delta b_2)\psi_a - (b_3 + \Delta b_3)\delta_\psi + fd_2 \\ \ddot{\gamma} = -(d_3 + \Delta d_3)\delta_\gamma + fd_3 \end{cases} \quad (16)$$

式中, $\varphi_a, \psi_a, \gamma$ 为飞行姿态角; $\dot{\varphi}_a, \dot{\psi}_a, \dot{\gamma}$ 为相应飞行姿态角下的角速度; $\ddot{\varphi}_a, \ddot{\psi}_a, \ddot{\gamma}$ 为导弹飞行姿态角加速度; b_1, b_2, b_3, d_3 为飞行控制中陀螺仪、加速度计和磁力计的测量值; $\Delta b_1, \Delta b_2, \Delta b_3, \Delta d_3$ 为稳态二阶线性误差, fd_1, fd_2, fd_3 为重心侧移量, $\delta_\varphi, \delta_\psi, \delta_\gamma$ 为俯仰、偏航、滚转通道的控制输入. 输入摄动参数, 假设不存在模型误差, 通过链式法则的分配控制律, 实现飞行轨迹的摄动参数线性化处理输出为:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_a = -b_1\dot{\varphi}_a - b_2\varphi_a - b_3\delta_\varphi + \rho_1 \\ \ddot{\psi}_a = -b_1\dot{\psi}_a - b_2\psi_a - b_3\delta_\psi + \rho_2 \\ \ddot{\gamma} = -d_3\delta_\gamma + \rho_3 \end{cases} \quad (17)$$

其中

$$\rho_1 = -\Delta b_1\dot{\varphi}_a - \Delta b_2\varphi_a - \Delta b_3\delta_\varphi + fd_1 \quad (18)$$

$$\rho_2 = -\Delta b_1\dot{\psi}_a - \Delta b_2\psi_a - \Delta b_3\delta_\psi + fd_2 \quad (19)$$

$$\rho_3 = -\Delta d_3\delta_\gamma + fd_3 \quad (20)$$

上述摄动参数分别表示俯仰角速度指令、横滚角偏离修正指令和重心侧移修正指令.

3 控制律设计优化

3.1 姿态角参量解算

在上述进行了飞行运动数学模型构建和弹道方程分析的基础上, 进行飞行轨迹偏离误差反馈控制优化设计, 提出一种基于 Lyapunove 动态逆泛函的飞行轨迹偏离误差反馈控制数学模型. 在速度坐标系中使用欧拉四元素估计方法计算姿态角^[10], 四元素表示的坐标变换矩阵描述如下:

$$T = C_b^n = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

采用四阶龙格库塔法求解微分方程, 以飞行的航向角、横滚角和俯仰角为约束参量, 计算飞行控制约束参量四元素的更新值:

$$\begin{cases} K_1 = \frac{h}{2}\omega(t)Q(t) \\ K_2 = \frac{h}{2}\omega\left(t + \frac{h}{2}\right)\left[Q(t) + \frac{K_1}{2}\right] \\ K_3 = \frac{h}{2}\omega\left(t + \frac{h}{2}\right)\left[Q(t) + \frac{K_2}{2}\right] \\ K_4 = \frac{h}{2}\omega(t+h)[Q(t) + K_3] \\ Q(t+h) = Q(t) + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \end{cases} \quad (22)$$

式中, h 为姿态参量修正的更新步长; 飞机的航向、横滚和水平舵偏角的控制指令为 $\bar{q}_{\text{COM}} = \bar{q}_{\text{MAX}}; \varphi_{\text{COM}} = \pm 50^\circ; \delta_D = \delta_{\text{MAX}}$, 对不同的弹道进行稳态跟踪误差测量:

$$\dot{e}_1 = \omega_2 - \dot{\vartheta}_r \quad (23)$$

结合对运动学和动力学方程的求解结果, 以差动舵角去抵消重心侧移^[11], 此时某时刻真实的姿态角为

$$\omega_{2r} = -c_1e_1 + \dot{\vartheta}_r - \lambda_1\zeta_1 \quad (24)$$

式中, c_1, λ_1 均大于零, 在定姿解算过程中引入积分项 ζ_1 , 定义 $\zeta_1 = \int_0^t e_1(\tau)d(\tau)$, 代入欧拉角公式得到姿态角的误差反馈修正输出为

$$e_2 = \omega_2 - \omega_{2r} = \omega_2 + c_1e_1 + \lambda_1\zeta_1 - \dot{\vartheta}_r \quad (25)$$

当飞机处于非加速运动状态时, 重心偏离纵轴引起机身侧倾, 定义一个 Lyapunove 函数进行角度校正, 选择 Lyapunove 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 \quad (26)$$

对 Lyapunove 函数求导:

$$\dot{V}_1 = e_1e_2 - c_1e_1^2 - e_1\lambda_1\zeta_1 \quad (27)$$

角度校正的输出为

$$\dot{e}_1 = e_2 - c_1e_1 - \lambda_1\zeta_1 \quad (28)$$

采用加速度和航向陀螺仪采集飞行姿态角数据, 根据 Lyapunove 动态逆泛函进行姿态参量解算, 解算结果为

$$\theta = \arcsin(-T_{31}) \quad (29)$$

$$\gamma = \begin{cases} \arctan\left(\frac{T_{32}}{T_{33}}\right), & T_{33} > 0 \\ \pi \cdot \sin T_{32} + \arctan\left(\frac{T_{32}}{T_{33}}\right), & T_{33} < 0 \end{cases} \quad (30)$$

$$\psi = \begin{cases} \arctan\left(\frac{T_{21}}{T_{11}}\right), & T_{11} > 0 \\ \pi \cdot \sin T_{21} + \arctan\left(\frac{T_{21}}{T_{11}}\right), & T_{11} < 0 \end{cases} \quad (31)$$

3.2 控制律的稳定性设计

把上述姿态参数的解算结果代入飞行运动方程和弹道方程中,通过 Lyapunove 动态逆泛函,得到在俯仰通道中飞行轨迹偏离的差动舵角误差为

$$\dot{e}_2 = \dot{\omega}_2 - \dot{\omega}_{2r} \quad (32)$$

将飞机的质量、重心等参数代入自适应律,联立上式有:

$$e_2 = \alpha V^2 + mg(\sin\vartheta + V\omega_2) + m(\cos\vartheta + V\omega_2) + c_1 e_2 + \lambda_1 e_1 - c_1^2 e_2 - c_1 \lambda_1 \zeta_1 - \ddot{\vartheta}_r \quad (33)$$

在整个纵向制导面,飞机以水平定常回旋飞行,忽略飞机横倾对姿态解算误差的影响,构建第二个 Lyapunove 函数为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (34)$$

求导:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + e_1 \dot{e}_2 \quad (35)$$

构建飞行轨迹偏离误差反馈修正的控制闭环系统,通过参量自整定性处理,调整重心侧移,使重力矩与失衡力矩平衡,得到优化后的控制律描述为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = e_1 \dot{e}_2 - c_1 e_2^2 - \lambda_1 \zeta_1 e_1 + e_2 [\alpha V^2 + mg(\sin\vartheta + V\omega_2) + m(\cos\vartheta + V\omega_2) + \\ c_1 e_2 + \lambda_1 e_1 - c_1^2 e_2 - c_1 \lambda_1 \zeta_1 - \ddot{\vartheta}_r] \end{aligned} \quad (36)$$

根据 Lyapunove 稳定性原理,上述设计的控制律是稳定收敛的,由此实现飞行轨迹偏离误差反馈控制。

4 仿真测试分析

为了测试本文设计的控制模型在实现飞行稳定性控制中的优越性能,进行仿真实验,实验在 VC++6.0 环境下编写 Vega 应用程序实现,读取已存档的飞行姿态六自由度数据,姿态参数数据的采集采用航向陀螺仪、加速度计和磁力计等传感器设计采集,采用 12 位 ADC 三轴电子罗盘 LSM303DLH 记录飞机的惯导测量参数,采用 L3G4200D 陀螺仪进行航向控制。设定飞机稳态飞行的高度为 1 200 m,在大迎角飞行的转弯半径为 12 rad,下降速度 20 m/s,直航段的固定俯仰角为 12°,陀螺仪对姿态参数的采样周期为 0.02 s,加速度计的测量范围设定为 $\pm 2/\pm 4/\pm 8$ g,数字磁力计的测量范围为 $\pm 1.3 - \pm 10.1$ Gauss,动态逆控制的自适应参数 $\epsilon_1 = 0.1$,估计初值为 $\hat{\delta}_0 = -15$,

水平定常回旋控制参数 $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1, c_1 = 2, c_2 = 2$ 。根据上述仿真环境和参量设定,进行飞行轨迹偏离误差反馈控制分析,首先进行飞行姿态数据采集,以飞行的航向角、横滚角和俯仰角为约束参量进行优化控制,得到姿态角与真值的偏差如图 1 所示。

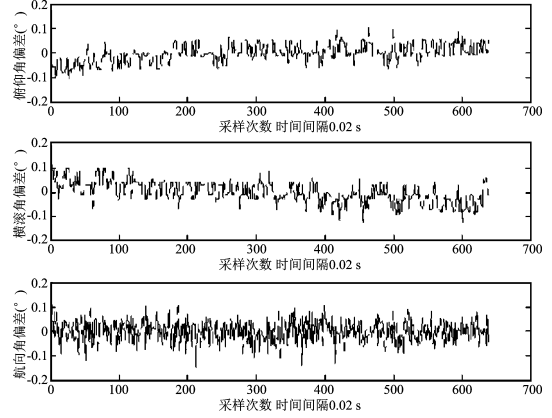


图 1 姿态角与真值的偏差

由图 1 得知,在通常状态下,飞机飞行轨迹的姿态角与真值存在偏差,采用本文方法进行控制设计,实现轨迹偏离误差修正,并加入强度为 35 dB 的气流干扰,图 2 给出了未加入干扰和加入干扰后采用本文控制方法进行航向轨迹偏离修正后的误差。

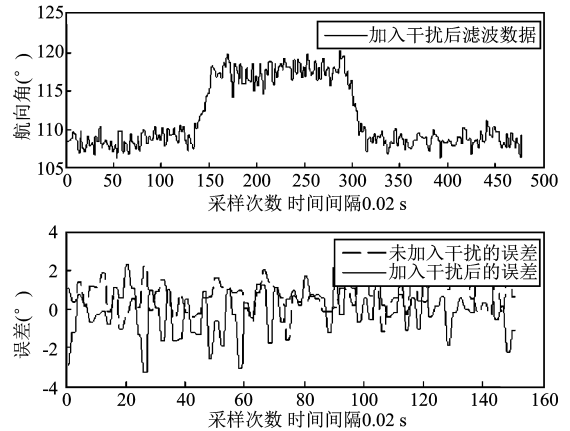


图 2 飞行轨迹偏离误差修正结果

分析图 2 结果得知,采用本文方法进行飞行控制优化处理,降低了飞行轨迹的偏离误差,使得航向角误差稳步收敛到零。为了对比性能,采用本文方法和传统方法,得出飞行轨迹控制精度对比结果如图 3 所示,相关的参量误差统计分析结果见表 1。

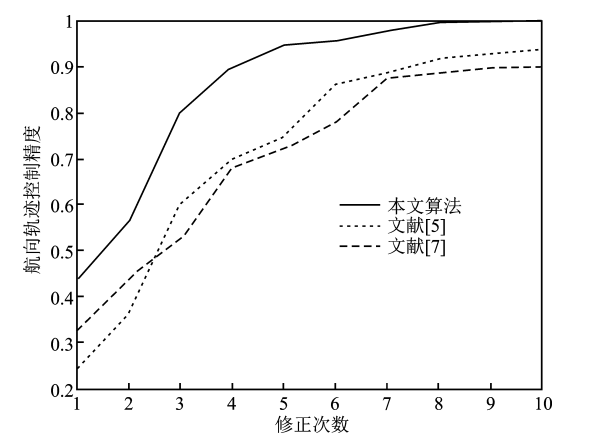


图 3 控制精度对比

表 1 姿态参量的误差对比

飞行参量	本文方法			文献[5]			文献[7]		
	最大值	平均值	均方差	最大值	平均值	均方差	最大值	平均值	均方差
横滚角	0.434	0.324	0.003 2	0.543	0.321	0.065 2	0.432	0.543	0.065 3
俯仰角	2.543	1.554	0.004 3	2.432	2.558	0.056 6	2.844	2.532	0.096 5
航向角	5.432	4.564	0.002 1	5.654	5.876	0.075 5	5.467	4.213	0.078 8

5 结束语

本文提出一种基于 Lyapunove 动态逆泛函的飞行轨迹偏离误差反馈控制数学模型. 采用纵向模型构建飞机的运动数学模型和弹道方程, 采用链式法则进行飞行轨迹的摄动参数线性化处理, 以飞行的航向角、横滚角和俯仰角为约束参量模型, 通过动态逆泛函构建控制律, 实现飞行轨迹偏离误差反馈控制. 研究得知, 采用该模型进行飞行控制的稳定性较好, 姿态参量的跟踪精度较高, 轨迹偏离误差较小, 控制品质较优, 具有较高的应用价值.

参考文献:

[1] 张垚, 鲜斌, 殷强, 等. 基于 ARM 处理器的四旋翼飞机自主控制系统研究[J]. 中国科学技术大学学报, 2012, 42(9): 753-760.

[2] 曹立佳, 张胜修, 刘毅男, 等. 带有自适应参数近似的块控反步飞行控制器设计[J]. 航空学报, 2011, 32(12): 2259-2267.

[3] Park P, Khadilkar H, Balakrishnan H, et al. High confidence networked control for next generation air transportation systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2014, 59(12): 3357-3372.

[4] Tan C P, Edwards C. Robust fault reconstruction in uncertain linear systems using multiple sliding mode observers in cascade[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2013, 55(4): 855-867.

[5] 彭程, 王新民, 马天力, 等. 一种改进的输出反馈特征结构配置方法在飞翼飞机增稳系统设计中的应用[J]. 控制与决策, 2016, 31(6): 1111-1117.

[6] 何森磊, 贺继林, 周烜亦. 小型无人直升机鲁棒飞行控制[J]. 机器人, 2016, 38(3): 337-342, 351.

[7] 熊柯, 夏智勋, 郭振云. 倾斜转弯超声飞行器滚动通道的自适应全局积分滑模控制[J]. 国防科技大学学报, 2012, 34(2): 114-118.

[8] 曹美会, 鲜斌, 张旭, 等. 基于视觉的四旋翼飞机自主定位与控制系统[J]. 信息与控制, 2015, 44(2): 190-196, 202.

[9] 李耀红, 张海燕. 一类分数阶微分方程积分边值问题的可解性[J]. 应用数学学报, 2016, 39(4): 547-554.

[10] 董博, 刘克平, 李元春. 动态约束下可重构模块机器人分散强化学习最优控制[J]. 吉林大学学报(工学版), 2014, 44(5): 1375-1384.

[11] 潘加亮, 熊智, 王丽娜, 等. 一种简化的发射系下 SINS/GPS/CNS 组合导航系统无迹卡尔曼滤波算法[J]. 兵工学报, 2015, 36(3): 484-491.

作者简介:

陈 筱 女(土家族), (1985-), 硕士研究生, 讲师. 研究方向为数字图像处理、数学建模. E-mail: 1286196111@qq.com.

张 琰 女, (1981-), 硕士研究生, 讲师. 研究方向为物联网工程、多媒体技术.